

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ И ВОСПИТАНИЯ УЛЬЯНОВСКОЙ ОБЛАСТИ

ОБЛАСТНАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ БЮДЖЕТНАЯ НЕТИПОВАЯ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ  
«ДВОРЕЦ ТВОРЧЕСТВА ДЕТЕЙ И МОЛОДЁЖИ»

Рассмотрена на заседании методического  
совета от « 26 » 04 2024 г.

Протокол № 4

Принята на заседании педагогического  
совета от « 28 » 05 2024 г.

Протокол № 3

Утверждаю:

Директор ОГБН ОО «ДТДМ»

Т.В. Галушкина

Приказ № 338-од « 30 » 08 2024 г.



**ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ  
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ОБЩЕРАЗВИВАЮЩАЯ ПРОГРАММА  
социально-гуманитарной направленности  
«Математика для одарённых»**

Объединение «Юный математик»

Уровень программы: **продвинутый**

Форма реализации программы: **очная**

Срок реализации, объём программы: **5 лет, 144/144/144/144/144 часов**

Возраст обучающихся: **12-17 лет**

Программу разработал(и):  
педагог(и) дополнительного образования  
**Самойлов Леонид Михайлович**

г. Ульяновск, 2024 г.

### **Пояснительная записка.**

Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Математика для одаренных» (далее – Программа) ОГБН ОО «ДТДМ» и разработана в соответствии со следующими **нормативно-правовыми документами:**

- Федеральный закон от 29 декабря 2012 года № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» (ст. 2, ст. 15, ст.16, ст.17, ст.75, ст. 79);
- Распоряжение Правительства РФ от 31.03.2022 № 678-р «Об утверждении Концепции развития дополнительного образования детей и признании утратившим силу Распоряжения Правительства РФ от 04.09.2014 № 1726-р» (вместе с «Концепцией развития дополнительного образования детей до 2030 года»);
- Приказ Министерства просвещения РФ от 27 июля 2022 г. № 629 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам»;
- Письмо Минобрнауки России от 18.11.2015 № 09-3242 «Методические рекомендации по проектированию дополнительных общеразвивающих программ»;
- Постановление главного государственного санитарного врача РФ от 28.09.2020 № 28 «Об утверждении санитарных правил СП 2.4.3648-20 «Санитарно-эпидемиологические требования к организациям воспитания и обучения, отдыха и оздоровления детей и молодежи»;
- Устав ОГБН ОО «ДТДМ»;
- Положение о структуре, порядке разработки и утверждения дополнительных общеобразовательных общеразвивающих программ ОГБН ОО «ДТДМ»;
- Положение об объединениях ОГБН ОО «ДТДМ»;
- Положение о проведении промежуточной и итоговой аттестации обучающихся ОГБН ОО «ДТДМ».
- Письмо Министерства образования и науки Ульяновской области от 21.04.2020 № 2822 Методические рекомендации «О реализации дополнительных общеобразовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий».
- Методические рекомендации от 20.03.2020 № б/н по реализации образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования, образовательных программ среднего профессионального образования и дополнительных общеобразовательных программ с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий.
- Положение об организации образовательного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий.

***Нормативные документы, регулирующие использование сетевой формы:***

- письмо Минобрнауки России от 28.08.2015 года № АК – 2563/05 «О методических рекомендациях»;
- приказ Министерства науки и высшего образования Российской Федерации и Министерства просвещения Российской Федерации от 05.08.2020 г. N 882/391 "Об организации и осуществлении образовательной деятельности при сетевой форме реализации образовательных программ».

**Уровень освоения программы** - продвинутый уровень.

Программа развивает компетенции в области математики. Во время обучения обучающиеся входят в число победителей и призёров всероссийских и международных олимпиад - не менее 50-60% обучающихся.

**Направленность (профиль)** – социально-гуманитарная.

**Актуальность программы** подтверждается своевременностью и востребованностью. В современном мире, где основой конкурентоспособности стала высокотехнологичная экономика, человеческий потенциал является главным ресурсом государства. Поэтому выявление и раскрытие математических способностей и математической одаренности обучающихся является одной из важнейших задач в сфере образования. В приказе Министерства Просвещения Российской Федерации №629 от 27.07.2022 года «Об утверждении порядка и осуществление образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам» определяются стратегические направления развития федерального и регионального уровня образования среди, которых особо подчеркивается роль индивидуальных потребностей обучающихся в интеллектуальном развитии, а так же, выявление, развитие и поддержку обучающихся, проявивших выдающиеся способности.

**Новизна программы.** Программа повышенного уровня сложности, в которой используются методики преподавания и новые педагогические технологии в проведении занятий.

**Отличительные особенности программы.** От имеющихся аналогичных программ данная программа отличается более углубленным подходом к математическим, комбинаторным и аналитическим конструкциям. При изучении абстрактных математических конструкций широко используются геометрический подход.

Особое внимание в программе уделяется решению задач повышенной сложности, чтобы обучающиеся имели возможность не только анализировать готовые математические модели, но и самостоятельно создавать их.

**Педагогическая целесообразность** программы. Раскрытие математических способностей происходит через углубленное изучение материала. В самом же обучении усвоение новой информации подчиняется задаче усвоения методов и стиля, свойственных математике. Решение математических задач – один из основных методов обучения математике. С помощью решения задач создаются и решаются проблемные ситуации, формируются практические и интеллектуальные умения, сообщаются знания по истории математики, формируются такие качества личности, как целеустремленность, настойчивость, аккуратность, внимательность, дисциплинированность.

**Адресат программы.**

Программа предназначена для проведения занятий с обучающимися среднего и старшего школьного возраста 12-17 лет.

**Объём программы:** данная программа рассчитана на 720 часов.

**Срок освоения программы – 5 лет** (1 год - 36 учебных недель – 144 часа) всего 720 часов:

- 1 год обучения: 2 раза в неделю, 2 академических часа (144 часа в год);
- 2 год обучения: 2 раза в неделю, 2 академических часа (144 часа в год);
- 3 год обучения: 2 раза в неделю, 2 академических часа (144 часа в год);
- 4 год обучения: 2 раза в неделю, 2 академических часа (144 часа в год);
- 5 год обучения: 2 раза в неделю, 2 академических часа (144 часа в год).

**Режим занятий:** занятия проводятся в очном режиме по 2 академических часа 2 раза в неделю. Продолжительность одного учебного занятия: 45 минут (перерыв 10 минут).

**Количество обучающихся в группе распределяются** (по возрасту, способностям, уровню подготовленности):

Первый год обучения – 12-15 чел.

Второй год обучения – 10-12 чел.

Третий, четвертый, пятый год обучения – 8-10 чел.

**Формы обучения и виды занятий:**

**Формы обучения:** очное, при необходимости дистанционное.

**Формы организации занятий:** индивидуальная, групповая, фронтальная.

**Виды занятий:** информационные, практические, математические соревнования по решению задач.

При реализации ДОТ занятия проводятся с использованием чатов электронной системы общения, проводятся в режиме онлайн.

Основными элементами системы электронного обучения и дистанционных образовательных технологий являются: образовательные онлайн-платформы (электронная платформа для видеозанятий - занятия проводятся с использованием чатов электронной системы общения, проводятся в режиме онлайн); цифровые образовательные ресурсы, размещенные на образовательных сайтах; видеоконференции; вебинары;

При реализации ДОТ: академический час продолжительностью 30 минут с перерывом между занятиями 10 минут.

## Календарный учебный график.

Место проведения:

Время проведения занятий:

Изменения расписания занятий

### 1-ий год обучения

№ п/п	Тема занятия	Кол-во час.	Форма занятия	Форма контроля	Дата план (чис, мес.)	Дата факт (чис, мес.)	Причина изменения даты
1	Ознакомление с работой объединения на предстоящий учебный год. Заполнение анкет. Инструктаж по технике безопасности.	2	комбинированная	беседа			
2	Центральная симметрия и ее свойства. Применение центральной симметрии в решении задач.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
3	Осевая симметрия и ее свойства. Применение осевой симметрии в решении задач.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
4	Параллельный перенос и его свойства.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
5	Применение параллельного переноса в решении задач.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
6	Поворот и его свойства. Применение поворота в решении задач.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
7	Общие свойства движения	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

8	Применение движений в задачах на построение. Алгебра построений.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
9	Сближение элементов при построении. Ослабление условий в задачах на построение.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
10	Построение с недоступными элементами.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
11	Вычисления и построения.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
12	Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости и полуэйлеровости.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
13	Деревья. Существование остовного дерева в связном графе.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
14	Гамильтоновы графы. Свойства деревьев.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
15	Двудольные графы. Связность в графах.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
16	Выделение остовного дерева.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
17	Число сочетаний. Бином Ньютона.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
18	Комбинаторные доказательства формул.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

19	Формула шаров и перегородок.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
20	Делимость биномиальных коэффициентов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
21	Доказательство МТФ через биномиальные коэффициенты	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
22	Деление с остатком. Сравнения	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
23	Вычисление остатков при помощи сравнений. Перебор по остаткам.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
24	МТФ: комбинаторное доказательство.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
25	МТФ: доказательство через перемножение остатков.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
26	Применение МТФ.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
27	Задачи на вычеты. Порядок элемента по простому модулю.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
28	Простые числа Ферма.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
29	Простые числа Мерсенна. Числа Кармайкла.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

30	Диофантовы уравнений. Диофантовы уравнения и перебор по остаткам.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
31	Вписанные и центральные углы. Теорема о вписанном угле.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
32	Счет углов. Углы, ассоциированные с окружностью.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
33	Угол между касательной и хордой.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
34	Счет во вписанных углах. Дополнительные построения и счет во вписанных углах.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
35	Вписанные углы и касание.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
36	Прямая Эйлера.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
37	Отражение ортоцентра относительно стороны и середины стороны.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
38	Окружность девяти точек.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
39	Рассуждения по аналогии. Индукция.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
40	Индукция и комбинаторика.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			



41	Индукция и доказательство равенств. индукция и доказательство делимости.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
42	Индукция и доказательство неравенств. Другие схемы индукции.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
43	Индукция и графы. Индукция и игры.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
44	Главное неравенство $a^2 \geq 0$ . Неравенство Коши для двух чисел.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
45	Неравенство Коши в общем случае. применение неравенства Коши.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
46	Транснеравенство. Транснеравенство для двух чисел.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
47	Применение транснеравенства.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
48	Неравенство Бернулли	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
49	Классические полуинварианты.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
50	Полуинварианты и графы.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
51	Полуинвариант и организация процесса	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

52	Ним в частных случаях	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
53	XOR-овая стратегия.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
54	Применение Нима.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
55	Позиционные системы счисления.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
56	Применение недесятичных систем счисления	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
57	Непозиционные системы счисления	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
58	Взвешивания с одной фальшивой монетой.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
59	Доказательство невозможности в задачах о взвешиваниях. Количество информации.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
60	Более сложные задачи о взвешиваниях.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
61	Взвешивания с вращающимися весами.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
62	Решение задач осеннего тура Турнира Городов. Решение задач региональной олимпиады	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

63	Решение задач заочных туров олимпиад им. Л.Эйлера.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
64	Решение задач весеннего тура Турнира Городов. Задачи УТЮМов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
65	Задачи Санкт-Петербургской олимпиады по математике. Задачи Московской олимпиады по математике.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
66	Формула разности квадратов. Формула разности кубов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
67	Формула разности кубов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
68	Правильное раскрытие скобок.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
69	Формула разновидности $n$ -ных степеней	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
70	Однородные выражения	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
71	Преобразование радикалов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
72	Разложение выражений на множители. Использование симметрии алгебраических выражений.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

## 2- год обучения

№ п/п	Тема занятия	Колчас.	Форма занятия	Форма контроля	Дата план. (чис., мес.)	Дата факт (чис., мес.)	Причина изменения даты
1	Ознакомление с работой объединения на предстоящий учебный год. Заполнение анкет. Инструктаж по технике безопасности.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
2	Гомотетия и ее свойства. Гомотетичность вписанной и невписанной окружностей.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
3	Теорема о трех колпаках.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
4	Общие свойства подобия. Поворотная гомотетия	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
5	Свойства векторов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
6	Разложение вектора по базису.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
7	Скалярное произведение и его свойства.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
8	Скалярное произведение и его свойства.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
9	Решение задач при помощи скалярного произведения.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
10	Определение тригонометрических функций.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
11	Свойства тригонометрических функций: чет-	2	комбинированная	Тестирование			

	ность, периодичность			решение задач			
12	Основные тригонометрические тождества.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
13	Основные тригонометрические тождества.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
14	Теоремы синусов и косинусов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
15	Определение направленных углов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
16	Свойства направленных углов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
17	Точка Микеля. Теорема Микеля.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
18	Прямая Симсона и ее свойства.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
19	Определение аффинных отображений.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
20	Движения и гомотетии как аффинные отображения.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
21	Линейность аффинных отображений.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
22	Площади при аффинном преобразовании.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
23	Компоненты сильной связности орграфов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

24	Существование остова с небольшим числом ребер в орграфах.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
25	Многочлены от одной переменной.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
26	Теорема Безу и ее следствия	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
27	Однозначность разложения многочленов на множители.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
28	Теорема Виета и ее свойства	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
29	Локализация корней многочлена.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
30	Многочлены с целыми коэффициентами.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
31	Критерий Эйзенштейна.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
32	Функция Эйлера и ее свойства	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
33	Теорема Эйлера	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
34	Порядок элемента по модулю.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
35	Порядок элемента в задачах.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
36	Квадратичные вычеты и невычеты.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

37	Свойства квадратичных вычетов и невычетов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
38	Теорема Вильсона.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
39	Когда -1 является квадратичным вычетом?	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
40	Компоненты сильной связности орграфов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
41	Существование остова с небольшим числом ребер в орграфах.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
42	Существование гамильтонова цикла в сильно связных турнирных графах.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
43	Реберное хроматическое число.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
44	Вершинное хроматическое число.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
45	Свойства хроматических чисел.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
46	Хроматический многочлен.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
47	Построение биекций.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
48	Двойные подсчеты в комбинаторике.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
49	Комбинаторные тождества.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

50	Число разбиений.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
51	Рекурренты в комбина-торике.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
52	Метод штурма доказательства неравенств.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
53	Классические неравенства о средних.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
54	Неравенство Коши-Буняковского-Шварца.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
55	Принципы полноты поля вещественных чисел.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
56	Свойства вещественных чисел.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
57	Открытые и замкнутые множества. Граница.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
58	Замыкание множества и его свойства.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
59	Всюду плотные множества.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
60	Непрерывная комбинаторика: упорядочивание.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
61	Непрерывная комбинаторика: принцип крайнего.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
62	Непрерывная комбинаторика: оценки.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			



63	Непрерывная комбинаторика: шевеления.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
64	Расстояние от точки до прямой.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
65	Углы и координаты.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
66	Счет в координатах.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
67	Геометрическая интерпретация.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
68	Алгебраическая и тригонометрическая форма записи.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
69	Алгебраическая и тригонометри-ческая форма записи.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
70	Понятие об алгебраически замкнутом поле.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
71	Приложение к тригонометрическим вычислениям.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
72	Счет в комплексных координатах.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
	<b>ИТОГО</b>	<b>144</b>					

### 3-й год обучения

N п/п	Тема занятия	Кол-часов	Форма занятия	Форма контроля	Дата план (чис., мес.)	Дата факт (чис., мес.)	Причина изменения даты
1	Ознакомление с работой объединения на предстоящий учебный год. Заполнение анкет. Инструктаж по технике без-опасности. Тестирование.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
2	Основные операции над множествами, их свойства. Дистрибутивность пересечения относительно объединения и объединения относительно пересечения.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
3	Симметрическая разность множеств и ее свойства	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
4	Восстановление результатов турниров. Задачи о том, какими могут быть и какими не могут быть результаты турниров.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
5	Критерий существования турниров с ничьими и без ничьих с заданными количествами очков.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
6	Идея о разграничении одинаковых объектов с помощью перегородок.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
7	Вывод формулы шаров и перегородок через количество сочетаний.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
8	Обобщенная теорема Фалеса, обратная теорема Фалеса.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
9	Доказательство сохранения отношений при параллельном проектировании с помощью теоремы Фалеса.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

	са.						
10	Признаки подобия треугольников, пропорциональные отрезки на параллельных прямых.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
11	Средние линии и теорема Вариньона.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
12	Основные свойства трапеции.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
13	Свойства и признаки средней линии трапеции.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
14	Формула расстояния между серединами диагоналей трапеции.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
15	Трапеции с перпендикулярными диагоналями.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
16	Теорема о касательной. Обратная теорема о касательной.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
17	Равенство касательных, проведенных из одной точки. Задачи повышенного уровня сложности, связанные с касательной.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
18	Задача доказательства неравенства.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
19	Метод оценки знака разности.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

20	Метод оценки знака разности. Замена переменных как метод доказательства	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
21	Замена переменных как метод доказательства неравенств.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
22	Неравенство между средним геометрическим и средним арифметическим для $n$ чисел.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
23	Классические следствия из неравенства между средним арифметическим и средним геометрическим, максимальное произведение нескольких чисел при фиксированной сумме.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
24	Применение неравенства между средним арифметическим и средним геометрическим в доказательстве неравенств.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
25	Решение задач повышенной сложности	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
26	Идея метода Штурма.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
27	Использование метода Штурма с сохранением суммы чисел.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
28	Использование метода Штурма с сохранением произведения чисел.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
29	Использование метода Штурма с сохранением суммы квадратов чисел.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

30	Понятие отображения множеств.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
31	Различные способы задания отображений: отображение как «правило», отображение как график.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
32	Примеры отображений: «житейские» примеры, числовые отображения (функции); последовательность как отображение натурального ряда; преобразования плоскости.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
33	Пример «правила», не задающего отображения: высота положительного рационального числа	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
34	Инъективные и сюръективные отображения; применение к решению комбинаторных задач.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
35	Обратное отображение к композиции отображения.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
36	Бинарные отношения на множестве. Разбиение множества по признаку.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
37	Отношения эквивалентности как рефлексивное, симметричное и транзитивное отношение.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
38	Необходимость каждого из условий: примеры.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
39	Примеры отношений эквивалентности: отношения равенства, компоненты связности графа как классы эквивалентности.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

40	Целые числа как классы эквивалентности, рациональные числа как классы эквивалентности, векторы как классы эквивалентности направленных отрезков, тор с алгебраической точки зрения.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
41	Перестановка как биекция конечного множества в себя.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
42	Композиция перестановок.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
43	Разложение перестановки в композицию независимых циклов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
44	Геометрическая и графская интерпретации перестановки.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
45	Транспозиции, разложение перестановки в композицию некоторого числа транспозиций различного вида.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
46	Преобразования и орбиты.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
47	Действие группы на множестве, разбиение на классы эквивалентности.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
48	Определение ориентированного графа.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
49	Интерпретации: турниры, односторонние маршруты.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

50	Эйлеровы пути и циклы в ориентированных графах.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
51	Условие разнообразия как необходимое условие наличия паросочетания в двудольном графе.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
52	Главное неравенство $a^2 \geq 0$ . Неравенство Коши для двух чисел.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
53	Неравенство Коши в общем случае. применение не- равенства Коши.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
54	Транснеравенство. Транснеравенство для двух чи- сел.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
55	Применение транснеравенства.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
56	Неравенство Бернулли	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
57	Классические полуинварианты.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
58	Полуинварианты и графы.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
59	Полуинвариант и организация процесса	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
60	Ним в частных случаях	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

61	XOR-овая стратегия.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
62	Применение Нима.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
63	Позиционные системы счисления.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
64	Делимость биномиальных коэффициентов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
65	Доказательство МТФ через биномиальные коэффициенты	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
66	Доказательство леммы Холла с помощью чередующихся цепей.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
67	Независимое доказательство теоремы Кёнига, доказательство путем сведения к лемме Холла.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
68	Определение планарных и плоских графов. Вершины, ребра и грани.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
69	Примеры непланарных графов. Существование вершины степени не более 5 в планарном графе.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
70	Раскраска планарного графа в 6 и 5 цветов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
71	Решение Санкт-Петербургских олимпиадных задач.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			



72	Решение Московских олимпиадных задач.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
	<b>ИТОГО</b>	<b>144</b>					

#### 4-й год обучения

№ п/п	Тема занятия	Колчас.	Форма занятия	Форма контроля	Дата план. (чис., мес.)	Дата факт (чис., мес.)	Причина изменения даты
1	Ознакомление с работой объединения на предстоящий учебный год. Заполнение анкет. Инструктаж по технике безопасности.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
2	Гомотетия и ее свойства. Гомотетичность вписанной и невписанной окружностей.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
3	Теорема о трех колпаках.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
4	Общие свойства подобия. Поворотная гомотетия	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
5	Свойства векторов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
6	Разложение вектора по базису.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
7	Скалярное произведение и его свойства.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

8	Скалярное произведение и его свойства.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
9	Решение задач при помощи скалярного произведения.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
10	Определение тригонометрических функций.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
11	Свойства тригонометрических функций: четность, периодичность	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
12	Основные тригонометрические тождества.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
13	Основные тригонометрические тождества.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
14	Теоремы синусов и косинусов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
15	Определение направленных углов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

16	Свойства направленных углов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
17	Точка Микеля. Теорема Микеля.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
18	Прямая Симсона и ее свойства.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
19	Определение аффинных отображений.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
20	Движения и гомотетии как аффинные отображения.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
21	Линейность аффинных отображений.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
22	Площади при аффинном преобразовании. Теория чисел (8 часов)	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
23	Компоненты сильной связности орграфов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

24	Существование остова с небольшим числом ребер в орграфах.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
25	Многочлены от одной переменной.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
26	Теорема Безу и ее следствия	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
27	Однозначность разложения многочленов на множители.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
28	Теорема Виета и ее свойства	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
29	Локализация корней многочлена.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
30	Многочлены с целыми коэффициентами.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
31	Критерий Эйзенштейна.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

32	Функция Эйлера и ее свойства	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
33	Теорема Эйлера	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
34	Порядок элемента по модулю.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
35	Порядок элемента в задачах.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
36	Квадратичные вычеты и невычеты.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
37	Свойства квадратичных вычетов и невычетов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
38	Теорема Вильсона.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
39	Когда -1 является квадратичным вычетом?	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

40	Компоненты сильной связности орграфов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
41	Существование остова с небольшим числом ребер в орграфах.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
42	Существование гамильтонова цикла в сильно связных турнирных графах.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
43	Реберное хроматическое число.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
44	Вершинное хроматическое число.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
45	Свойства хроматических чисел.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
46	Хроматический многочлен.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
47	Построение биекций.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

48	Двойные подсчеты в комбинаторике.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
49	Комбинаторные тождества.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
50	Число разбиений.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
51	Рекурренты в комбинаторике.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
52	Метод штурма доказательства неравенств.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
53	Классические неравенства о средних.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
54	Неравенство Коши-Буняковского-Шварца.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
55	Принципы полноты поля вещественных чисел.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			



56	Свойства вещественных чисел.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
57	Открытые и замкнутые множества. Граница.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
58	Замыкание множества и его свойства.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
59	Всюду плотные множества.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
60	Непрерывная комбинаторика: упорядочивание.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
61	Непрерывная комбинаторика: принцип крайнего.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
62	Непрерывная комбинаторика: оценки.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
63	Непрерывная комбинаторика: шевеления.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

64	Расстояние от точки до прямой.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
65	Углы и координаты.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
66	Счет в координатах.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
67	Геометрическая интерпретация.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
68	Алгебраическая и тригонометрическая форма записи.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
69	Алгебраическая и тригонометрическая форма записи.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
70	Понятие об алгебраически замкнутом поле.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
71	Приложение к тригонометрическим вычислениям.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

72	Счет в комплексных координатах.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
	<b>ИТОГО</b>	<b>144</b>					

### 5-й год обучения

N п/п	Тема занятия	Колчас.	Форма занятия	Форма контроля	Дата план. (чис., мес.)	Дата факт (чис., мес.)	Причина изменения даты
1	Ознакомление с работой объединения на предстоящий учебный год. Заполнение анкет. Инструктаж по технике безопасности.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
2	Гомотетия и ее свойства. Гомотетичность вписанной и невписанной окружностей.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
3	Теорема о трех колпаках.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
4	Общие свойства подобия. Поворотная гомотетия	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

5	Свойства векторов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
6	Разложение вектора по базису.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
7	Скалярное произведение и его свойства.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
8	Скалярное произведение и его свойства.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
9	Решение задач при помощи скалярного произведения.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
10	Определение тригонометрических функций.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
11	Свойства тригонометрических функций: четность, периодичность	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
12	Основные тригонометрические тождества.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

13	Основные тригонометрические тождества.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
14	Теоремы синусов и косинусов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
15	Определение направленных углов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
16	Свойства направленных углов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
17	Точка Микеля. Теорема Микеля.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
18	Прямая Симсона и ее свойства.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
19	Определение аффинных отображений.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
20	Движения и гомотетии как аффинные отображения.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

21	Линейность аффинных отображений.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
22	Площади при аффинном преобразовании. Теория чисел (8 часов)	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
23	Компоненты сильной связности орграфов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
24	Существование остова с небольшим числом ребер в орграфах.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
25	Многочлены от одной переменной.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
26	Теорема Безу и ее следствия	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
27	Однозначность разложения многочленов на множители.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
28	Теорема Виета и ее свойства	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

29	Локализация корней многочлена.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
30	Многочлены с целыми коэффициентами.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
31	Критерий Эйзенштейна.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
32	Функция Эйлера и ее свойства	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
33	Теорема Эйлера	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
34	Порядок элемента по модулю.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
35	Порядок элемента в задачах.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
36	Квадратичные вычеты и невычеты.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

37	Свойства квадратичных вычетов и невычетов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
38	Теорема Вильсона.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
39	Когда -1 является квадратичным вычетом?	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
40	Компоненты сильной связности орграфов.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
41	Существование остова с небольшим числом ребер в орграфах.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
42	Существование гамильтонова цикла в сильно связных турнирных графах.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
43	Реберное хроматическое число.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
44	Вершинное хроматическое число.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			



45	Свойства хроматических чисел.	2	комбинированная	Тестирование решение за- дач			
46	Хроматический многочлен.	2	комбинированная	Тестирование решение за- дач			
47	Построение биекций.	2	комбинированная	Тестирование решение за- дач			
48	Двойные подсчеты в комбинаторике.	2	комбинированная	Тестирование решение за- дач			
49	Комбинаторные тождества.	2	комбинированная	Тестирование решение за- дач			
50	Число разбиений.	2	комбинированная	Тестирование решение за- дач			
51	Рекурренты в комбина-торике.	2	комбинированная	Тестирование решение за- дач			
52	Метод штурма доказательства неравенств.	2	комбинированная	Тестирование решение за- дач			

53	Классические неравенства о средних.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
54	Неравенство Коши-Буняковского-Шварца.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
55	Принципы полноты поля вещественных чисел.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
56	Свойства вещественных чисел.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
57	Открытые и замкнутые множества. Граница.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
58	Замыкание множества и его свойства.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
59	Всюду плотные множества.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
60	Непрерывная комбинаторика: упорядочивание.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

61	Непрерывная комбинаторика: принцип крайнего.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
62	Непрерывная комбинаторика: оценки.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
63	Непрерывная комбинаторика: шевеления.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
64	Расстояние от точки до прямой.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
65	Углы и координаты.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
66	Счет в координатах.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
67	Геометрическая интерпретация.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
68	Алгебраическая и тригонометрическая форма записи.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			

69	Алгебраическая и тригонометрическая форма записи.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
70	Понятие об алгебраически замкнутом поле.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
71	Приложение к тригонометрическим вычислениям.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
72	Счет в комплексных координатах.	2	комбинированная	Тестирование решение задач			
	<b>ИТОГО</b>	<b>144</b>					

